

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ТАКМИЧЕЊА ИЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИНА

Електријада 2008.

ТРАНСФОРМАТОРИ

Једнофазни регулациони трансформатор направљен је као аутотрансформатор. Примар је прикључен на напон $220V$. Сви губици, zasiћење, струја магнетноћа и пад напона могу се занемарити. Оптерећење трансформатора износи $1kW$ уз капацитивни фактор снаге $\cos\varphi = 0,95$. Регулациона преклопка је у таквом положају да је типска снага (снага која се преноси електромагнетним путем) четри пута мања од укупне пренесене снаге. Колика је струја секундару у овом режиму?

РЈЕШЕЊЕ:

Потребно је прво одредити напон на секундару аутотрансформатора. Познато је да је код аутотрансформатора однос пролазне (укупно пренесене) и типске снаге (снаге пренесене електромагнетним путем) једнак:

$$\frac{S_a}{S_T} = \frac{m_T}{m_T - 1},$$

гдје су S_a - укупна пренесена снага, S_T - снага пренесена електромагнетним путем, а

$$m_T = \frac{U_1}{U_2} \text{ преносни однос трансформатора.}$$

Преносни однос при задатом положају регулационе преклопке је:

$$m_T = \frac{S_a}{S_a - S_T} = \frac{1}{1 - 1/4} = \frac{4}{3}.$$

Напон секундару је:

$$U_2 = \frac{U_1}{m_T} = \frac{220}{4/3} = 165V,$$

па је струја секундару:

$$I_2 = \frac{S_2}{U_2} = \frac{P}{U_2 \cos\varphi} = \frac{1000}{165 \cdot 0,95} = 6,38A.$$

МАШИНЕ ЈЕДНОСМЈЕРНЕ СТРУЈЕ

Вратила два мотора једносмјерне струје са независном побудом круто су механички спрегнута и заједнички покрећу оптерећење од $50Nm$. Оба мотора су номинално побуђена. Губици на трење и вентилацију и губици у гвожђу, пад напона на четкицама и рекација индукта могу се занемарити. На натписним плочицама налазе се сљедећи подаци:

$$M1: 220V, 75A, 1500o/min, R_a = 0,2\Omega$$

$$M2: 220V, 12A, 1250o/min, R_a = 0,8\Omega$$

Оба мотора су прикључена на мрежу напона $200V$. Потребно је одредити брзину обртања заједничког вратила и моменте оба мотора.

РЈЕШЕЊЕ

Номиналне електромоторне силе оба мотора су:

$$E_{n1} = U_{an} - R_{a1}I_{an1} = 220 - 0,2 \cdot 75 = 205V,$$

$$E_{n2} = U_{an} - R_{a2}I_{an2} = 220 - 0,8 \cdot 12 = 210,4V.$$

Пошто је за машине са независном побудом $E = c\Phi\omega = \Psi \cdot \omega$, тада су укупни флуксеви мотора:

$$\Psi_1 = \frac{E_{n1}}{\omega_{n1}} = \frac{205}{(2 \cdot \pi \cdot 1500)/60} = 1,298Vs,$$

$$\Psi_2 = \frac{E_{n2}}{\omega_{n2}} = \frac{210,4}{(2 \cdot \pi \cdot 1250)/60} = 1,607Vs.$$

Једначине напонске равнотеже у датом режиму су:

$$U_a = R_{a1}I_{a1} + \Psi_1\omega = 200V, \quad (2.1)$$

$$U_a = R_{a2}I_{a2} + \Psi_2\omega = 200V, \quad (2.2)$$

а укупни момент који мотори развијају је:

$$M_1 + M_2 = M_{uk}.$$

Пошто је за машине са независном побудом

$$M = c\Phi I_a = \Psi \omega,$$

укупни момент је:

$$\Psi_1 I_{a1} + \Psi_2 I_{a2} = 50Nm. \quad (2.3)$$

Елиминацијом обе струје из система једначина (2.1-2.3) добија се:

$$\Psi_1 \frac{U_a - \Psi_1 \omega}{R_{a1}} + \Psi_2 \frac{U_a - \Psi_2 \omega}{R_{a2}} = M_{uk},$$

одакле је тражена брзина:

$$\omega = \frac{U_a (\Psi_1 R_{a2} + \Psi_2 R_{a1}) - M_{uk} R_{a1} R_{a2}}{\Psi_1^2 R_{a2} + \Psi_2^2 R_{a1}} = \frac{200(1,298 \cdot 0,8 + 1,607 \cdot 0,2) - 50 \cdot 0,2 \cdot 0,8}{1,298^2 \cdot 0,8 + 1,607^2 \cdot 0,2} = 141,6 \text{ rad / s},$$

односно

$$n = \frac{60\omega}{2\pi} = \frac{60 \cdot 141,6}{2\pi} = 1352 \text{ o / min}.$$

Струје мотора су:

$$I_{a1} = \frac{U_a - \Psi_1 \omega}{R_{a1}} = \frac{200 - 1,298 \cdot 141,6}{0,2} = 81,11 \text{ A},$$

$$I_{a2} = \frac{U_a - \Psi_2 \omega}{R_{a2}} = \frac{200 - 1,607 \cdot 141,6}{0,8} = -34,43 \text{ A},$$

па су моменти:

$$M_1 = \Psi_1 I_{a1} = 1,298 \cdot 81,11 = 105,34 \text{ Nm},$$

$$M_2 = \Psi_2 I_{a2} = 1,607 \cdot (-34,43) = -55,34 \text{ Nm}.$$

Пошто је момент другог мотора негативан, а брзина позитивна, он ради у генераторском режиму. Радне тачке могу се приказати и на механичким карактеристикама у $M - \omega$ равни.

Добијени резултат може се потврдити и поређењем добијене брзине и брзине празног хода при напону 200V :

$$\omega_{01} = \frac{U_a}{\Psi_1} = \frac{200}{1,298} = 154,1 \text{ rad / s} > 141,6 \text{ rad / s},$$

$$\omega_{02} = \frac{U_a}{\Psi_2} = \frac{200}{1,607} = 124,45 \text{ rad / s} < 141,6 \text{ rad / s}.$$

Када два мотора раде на заједничком вратилу, а разликују им се брзине које имају у празном ходу, може наступити ситуација као у овом задатку да један мотор преузме комплетан терет, и да још буде оптерећен снагом коју други мотор враћа назад у мрежу.

АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

Трофазни асинхронни мотор има номиналне податке: 1410 o/min , 50 Hz , спрега Y . Отпор статора, губици на трење и вентилацију, индуктивност магнећења и губици у гвожђу могу се занемарити. Превални момент је два пута већи од номиналног.

Мотор је прикључен на номинални напон учестаности 75 Hz . Колика је струја мотора у односу на номиналну када је клизање једнако превалном?

РЈЕШЕЊЕ

Номинално клизање је:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1410}{1500} = 0,06 = 6\%, \text{ односно одговарајућа угаона учестаност клизања је:}$$

$$\omega_{kln} = s_n \omega_{sn} = 0,06 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 18,85 \text{ rad/s}.$$

Превално клизање при номиналним условима напајања рачуна се из Клосове формуле:

$$s_{pr} = s_n \left(\nu + \sqrt{\nu^2 - 1} \right), \text{ гдје је } \nu = M_{pr} / M_n = 2, \text{ па је: } s_{pr} = 0,06 \left(2 + \sqrt{2^2 - 1} \right) = 0,224 = 22,4\%.$$

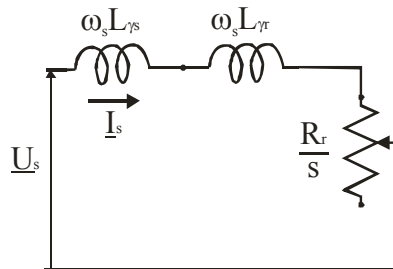
Из израза за релативно превално клизање (уз занемарен отпор статора):

$$s_{pr} = \frac{R_r}{\omega_s (L_{\gamma s} + L_{\gamma r})} \quad (3.1)$$

види се да релативно клизање опада са растом учестаности, док његова апсолутна вриједност остаје константна:

$$\omega_{kprn} = s_{pr} \cdot \omega_{sn} = \frac{R_r}{(L_{\gamma s} + L_{\gamma r})} = 0,224 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 70,37 \text{ rad/s}.$$

Еквивалентна шема асинхроног мотора уз дате претпоставке приказана је на Сл 1.



Сл. 1. Еквивалентна шема асинхроног мотора са занемареним отпором статора и граном магнећења

На основу еквивалентне шеме, може се написати израз за ефективну вриједност струје мотора:

$$I_s = \frac{U_s}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + \omega_s^2(L_{\gamma s} + L_{\gamma r})^2}} \quad (3.2)$$

Елиминисањем отпора ротора из (3.1) и (3.2) добија се израз за струју статора у функцији клизања и превалног клизања:

$$I_s = \frac{U_s}{\omega_s(L_{\gamma s} + L_{\gamma r}')} \cdot \frac{s}{\sqrt{s^2 + s_{pr}^2}}.$$

Да би се елиминисала релативна зависност клизања, претходни израз дијели се и множи са синхронном брзином, те се добија:

$$I_s = \frac{U_s}{\omega_s(L_{\gamma s} + L_{\gamma r}')} \frac{\omega_{kl}}{R_r \sqrt{\omega_{kl}^2 + \omega_{klpr}^2}} \quad (3.3)$$

Када је клизање једнако превалном, струја мотора је:

$$I_{spr} = \frac{U_s}{\omega_s(L_{\gamma s} + L_{\gamma r}')} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.4)$$

Дијелењем израза (3.3) и (3.4) добија се однос струје при превалном клизању и номиналне струје:

$$\frac{I_{spr}}{I_{sn}} = \left(\frac{U_s \omega_{sn}}{U_{sn} \omega_s} \right) \cdot \frac{\sqrt{\omega_{kln}^2 + \omega_{klpr}^2}}{\sqrt{2} \omega_{kln}} = \frac{50}{75} \frac{\sqrt{18,85^2 + 70,37^2}}{\sqrt{2} \cdot 18,85} = 1,82.$$

СИНХРОНЕ МАШИНЕ

Трофазни шестополни синхрони мотор има следеће номиналне податке: $380V$, $50Hz$, Y , а отпор и реактанса статора су $R_s = 1\Omega$, $X_s = 5\Omega$. Губици у гвожђу и губици на трење и вентилацију могу се занемарити. Мотор је прикључен на круту мрежу напона $380V$, $50Hz$. При неком оптерећењу побуда је тако подешена да струја статора износи $14A$ и има најмању могућу вриједност. Тако подешена побуда се даље не мијења.

Мотор се додатно оптерети те струја порасте на $45A$. Колико износи момент који мотор сада развија и колики је нови фактор снаге?

РЈЕШЕЊЕ:

Потребно је прво одредити фактор снаге и електромоторну силу мотора при струји од 14А .
Привидна снага мотора је:

$$S = \sqrt{3}V_L I_L = \sqrt{P^2 + Q^2} ,$$

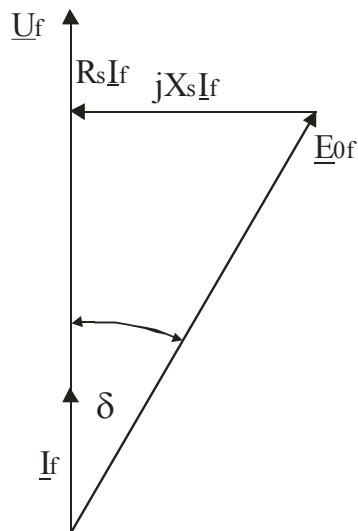
одакле је струја мотора:

$$I_L = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3}V_L} .$$

Пошто је побуда тако подешена да струја статора има најмању вриједност, закључује се да машина ради са јединичним фактором снаге, односно $Q = 0$, $\cos \varphi = 1$. Једначина напонске равнотеже за овај режим је:

$$\underline{U}_f = R_s \underline{I}_f + jX_s \underline{I}_f + \underline{E}_{0f} ,$$

а одговарајући фазорски дијаграм приказан је на Сл. 1.



Сл.1. Фазорски дијаграм синхроног мотора при $\cos \varphi = 1$

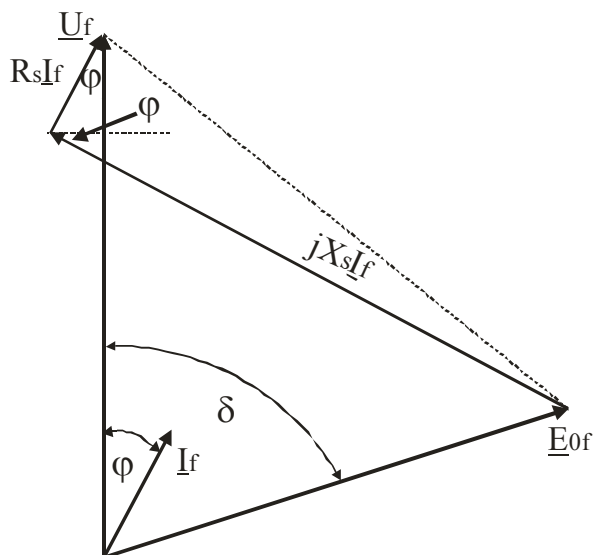
Са фазорског дијаграма је:

$$E_{0f} = \sqrt{(U_f - R_s I_f)^2 + (X_s I_f)^2} = \sqrt{(380/\sqrt{3} - 1 \cdot 14)^2 + (5 \cdot 14)^2} = 217V .$$

Угао оптерећења је:

$$\delta_0 = \arccos \frac{U_f - R_s I_f}{E_{0f}} = \arccos \frac{380/\sqrt{3} - 1 \cdot 14}{243,66} = 18,82^\circ .$$

Када струја мотора порасте, а побуда се не промијени, долази до повећавања угла оптерећења. Врх фазора електромоторне силе празног хода креће се по кружници константног пречника E_{0f} . Одговарајући фазорски дијаграм приказан је на Сл. 2.



Сл 2. Фазорски дијаграм синхроног мотора при порасту оптерећења и константној струји побуде

Са фазорског дијаграма је на основу косинусне теореме:

$$(R_s I_f)^2 + (X_s I_f)^2 = U_f^2 + E_{0f}^2 - 2U_f E_{0f} \cos \delta,$$

одакле је нови угао оптерећења:

$$\delta = \arccos \frac{U_f^2 + E_{0f}^2 - [(R_s I_f)^2 + (X_s I_f)^2]}{2U_f E_{0f}} = \frac{(380/\sqrt{3})^2 + 217^2 - [(1 \cdot 45)^2 + (5 \cdot 45)^2]}{2 \cdot (380/\sqrt{3}) \cdot 217},$$

$$\delta_1 = 63,34^\circ.$$

Са фазорског дијаграма могу се писати следеће једначине:

$$X_s I_f \sin \varphi = U_f - R_s I_f \cos \varphi - E_{0f} \cos \delta, \quad (4.1)$$

$$R_s I_f \sin \varphi = X_s I_f \cos \varphi - E_{0f} \sin \delta. \quad (4.2)$$

Дијелењем једначина (4.1) и (4.2) елиминише се $\sin \varphi$ и добија израз за фактор снаге:

$$\cos \varphi = \frac{E_{0f} (X_s \sin \delta - R_s \cos \delta) + U_f R_s}{(R_s^2 + X_s^2) I_f} = \frac{217(5 \cdot \sin 63,34^\circ + 1 \cdot \cos 63,34^\circ) + 380/\sqrt{3} \cdot 1}{(1^2 + 5^2) \cdot 45},$$

$$\cos \varphi = \frac{217(5 \cdot \sin 63,34^\circ + 1 \cdot \cos 63,34^\circ) + 380/\sqrt{3} \cdot 1}{(1^2 + 5^2) \cdot 45} = 0,934 \text{ ind.}$$

Активна снага коју мотор узима из мреже је:

$$P = \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 45 \cdot 0,934 = 27,65kW .$$

Пошто су занемарени сви губици осим губитака у бакру статора, механичка снага је:

$$P_m = P - 3R_s I_f^2 = 27,65 \cdot 10^3 - 3 \cdot 1 \cdot 45^2 = 21,58kW .$$

па је момент на вратилу:

$$M = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{p \cdot P_m}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{3 \cdot 21,58 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 206Nm .$$

Задатке приредио

мр Петар Матић, ЕТФ Бањалука