

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ТАКМИЧЕЊА ИЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИНА

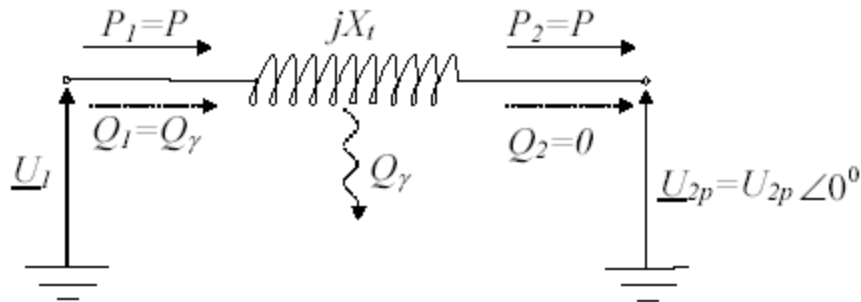
Електријада 2005.

ТРАНСФОРМАТОРИ

Трофазни енергетски трансформатор има следеће податке: $50kVA$, $10/0,4kV/kV$, $Y_{\text{уб}}$, релативна реактанса кратког споја је $x_k = 12\%$. Сви омски отпори, губици у гвожђу и реактанса магнећења могу се занемарити. Примар трансформатора је прикључен на номинални напон, а на секундару је оптерећен са $40kVA$ при јединичном фактору снаге ($\cos \varphi_2 = 1$ на секундару). Потребно је одредити напон на секундару и процентуални пад напона на трансформатору у овом режиму.

РЈЕШЕЊЕ:

На слици је приказана еквивалентна шема трансформатора у овом режиму са свим величинама сведеним на примар.



Пошто нема губитака активне снаге на трансформатору, улазна и излазна активна снага су једнаке:

$$P_1 = P_2 = 40kW,$$

односно

$$P_2 = 3U_{2f}I_f \Rightarrow I_f = \frac{P_2}{3U_{2f}} \quad (1)$$

Реактивна снага на улазу једнака је губицима реактивне снаге на реактанси кратког споја:

$$Q_1 = Q_\gamma = 3X_l I_f^2,$$

а реактивна снага на излазу једнака нули $Q_2 = 0$. Привидна снага на улазу у трансформатор је:

$$S = 3U_1 I_f = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

односно

$$P_2^2 + (3X_l I_f^2)^2 = (3U_1 I_f)^2. \quad (2)$$

Уврштавањем (2) у (1) добија се:

$$9U_{2f}^4 - 9U_{1f}^2 U_{2f}^2 + X_l^2 P_2^2 = 0. \quad (3)$$

Дијелењем израза (3) са $V_{1l}^4 = (\sqrt{3}U_{1f})^4 = 9U_{1f}^4$ добија се:

$$u_{2f}^4 - u_{2f}^2 + x_k^2 [r.j.] p^2 [r.j.] = 0,$$

гдје је $u_{2f} = \frac{U_{2f}}{U_{1f}}$ релативна фазна вриједност напона секундара (сведена на примар), $x_k = 0,12$

релативна реактанса кратког споја, а $p = \frac{P}{3U_{1f} I_f} = \frac{40kW}{50kVA} = 0,8$ релативна снага оптерећења.

Рјешење биквадратне једначине:

$$u_{2f}^4 - u_{2f}^2 + 0,12^2 \cdot 0,8^2 = 0$$

је

$$u_{2f} = 0,99534[r.j.],$$

односно

$U_{2f} = 5,745kV$, односно линијски напон секундара сведен на примар је

$$V_{2L}' = \sqrt{3}U_{2f} = 9,9534kV,$$

па је релативни пад напона

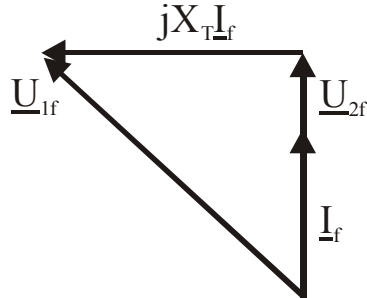
$$\Delta u = \frac{V_{1L} - V_{2L}'}{V_{1L}} = \frac{10 - 9,9534}{10} = 0,46\%,$$

односно линијски напон на секундару је:

$$V_{2L} = V_{2L}' \frac{0,4}{10} = 398,13V$$

Напомене:

1. До истог рјешења (3) би се дошло и помоћу фазорског дијаграма трансформатора у овом режиму:



Слика 1: Фазорски дијаграм трансформатора са занемареном граном магнетнења, активним отпорностима, и јединичним фактором снаге на секундару

Са фазорског дијаграма је

$$U_{2f}^2 = U_{1f}^2 - (X_T I_f)^2 = U_{1f}^2 - \left(X_T \frac{P}{3U_{2f} \cos \varphi} \right)^2.$$

2. Други алтернативни начин за рјешавање задатка је примјена обрасца:

$$\Delta u[\%] = a + \frac{b^2}{200},$$

гдје је

$$a = \beta(u_r \cos \varphi + u_x \sin \varphi),$$

$$b = \beta(u_x \cos \varphi - u_r \sin \varphi),$$

$$\beta = S / S_n = 0,8.$$

МАШИНЕ ЈЕДНОСМЈЕРНЕ СТРУЈЕ

Генератор једносмјерне струје са паралелном побудом има сљедеће податке: $22kW$, $400V$, $850o/min$, $R_a = 0,25\Omega$, пад напона на четкицама $2V$. Побудни намотај састоји се од двије секције са $N_1 = 100$ и $N_2 = 50$ навојака везаних на ред, укупног отпора 200Ω . Магнетно коло може се сматрати линеарним, а губици у гвожђу, реакција индукта и трење и вентилација могу се занемарити. Ако се секција N_2 кратко споји, коликом брзином треба да се обрће вратило да би генератор у мрежу одавао $10kW$ при номиналном напону?

РЈЕШЕЊЕ

Прво ћемо прорачунати номинални режим генератора. Номинална струја генератора је:

$$I_n = \frac{P_n}{U_n} = \frac{22000}{400} = 55A,$$

а номиналне струје побуде и ротора:

$$I_{pn} = \frac{U_n}{R_p} = \frac{400}{200} = 2A,$$

$$I_{an} = I_n + I_{pn} = 55 + 2 = 57A.$$

Електромоторна сила у номиналном режиму је:

$$E_n = U_n + R_a I_{an} + \Delta U_{Cet} = 400 + 0,25 \cdot 57 + 2 = 416,25V.$$

Ако генератор одаје $10kW$ при номиналном напону, тада је његова струја:

$$I_1 = \frac{P_1}{U_n} = \frac{10000}{400} = 25A.$$

Када се дио побудног намотаја кратко споји, промијениће се побудна струја (јер се мијења отпор побуде). Отпор побудног кола прије квара је:

$$R_{pn} \sim (N_1 + N_2)R', \text{ а нови отпор побудног кола је:}$$

$$R_{p1} \sim N_1 R', \text{ гдје је } R' \text{ отпор једног навојка.}$$

Номинална и нова струја побуде су:

$$I_{pn} = \frac{U_n}{R_{pn}}, \quad I_{p1} = \frac{U_n}{R_{p1}}, \text{ односно}$$

$$\frac{I_{P1}}{I_{Pn}} = \frac{R_{Pn}}{R_{P1}} \frac{U_1}{U_n} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} \frac{U_1}{U_n} = \frac{N_1 + N_2}{N_1}. \quad (1)$$

Нова струја побуде при краткоспојеној секцији N_2 је:

$$I_{P1} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} I_{Pn} = \frac{100 + 50}{100} \cdot 2 = 3A,$$

а струја индукта:

$$I_{a1} = I_1 + I_{P1} = 25 + 3 = 28A,$$

па је нова електромоторна сила:

$$E_1 = U_n + R_a I_{a1} + \Delta U_{Cet} = 400 + 0,25 \cdot 28 + 2 = 409V.$$

Номинална електромоторна сила се има када је брзина номинална, када је побудна струја номинална, и када су обје секције побуде везане на ред:

$$E_n \sim (N_1 + N_2) I_{Pn} n_n,$$

док је електромоторна сила при краткоспојеној секцији N_2 , новој струји побуде и новој брзини:

$$E_1 \sim N_1 I_{P1} n_1,$$

па је нова електромоторна сила за линеарно магнетно коло:

$$E_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \frac{I_{P1}}{I_{Pn}} \frac{n_1}{n_n} E_n. \quad (2)$$

Уврштавајући (1) у (2) добија се:

$$E_1 = \frac{n_1}{n_n} E_n. \quad (3)$$

На основу (1), (2) и (3) може се закључити да се у случају кратког споја дијела навојака побуде машина са независном или паралелном побудом побудни флуks не мијења, па је из (3) нова брзина обртања:

$$n_1 = \frac{E_n}{E_1} n_n = \frac{409}{416,25} \cdot 850 = 835,20 / \text{min}.$$

АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

Трофазни асинхронни мотор има номиналне податке: $380V$, $50Hz$, спрега Y , $1410o/min$, отпор статора 3Ω , а отпор ротора сведен на статор 2Ω . Губици на трење и вентилацију, индуктивност магнећења и губици у гвожђу могу се занемарити. Мотор је прикључен на номинални напон номиналне учестаности. Његово вратило обрће се брзином од $1800o/min$ у смјеру обртања обртног поља, а клизање је једнако превалном.

Потребно је одредити активну и реактивну снагу машине у овом режиму.

РЈЕШЕЊЕ

Клизање машине у овом режиму је:

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1500 - 1800}{1500} = -0,2,$$

односно машина ради у генераторском режиму. Превално клизање је такође негативно:

$$s_{pr} = -\frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + (X_{\gamma s} + X_{\gamma r}')^2}} = -0,2,$$

одакле је реактанса кратког споја:

$$X_{\gamma s} + X_{\gamma r}' = \sqrt{\left(\frac{R_r'}{s}\right)^2 - R_s^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{0,2}\right)^2 - 3^2} = 9,54\Omega.$$

На основу еквивалентне шеме, уз занемарену грану магнећења, струја мотора је:

$$I = \frac{U_f}{|\underline{Z}_e|} = \frac{U_f}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_{\gamma s} + X_{\gamma r}')^2}} = \frac{220}{\sqrt{\left(3 - \frac{2}{0,2}\right)^2 + 9,54^2}} = 18,59 A.$$

Фактор снаге у овом режиму је:

$$\cos \varphi = \frac{R_e \{ \underline{Z}_e \}}{|\underline{Z}_e|} = \frac{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_{\gamma s} + X_{\gamma r}')^2}} = \frac{3 - \frac{2}{0,2}}{\sqrt{\left(3 - \frac{2}{0,2}\right)^2 + 9,54^2}} = -0,592 !!!$$

Негативан фактор снаге добијен је зато што еквивалентна шема асинхроне машине у генераторском режиму није пасивно коло. (Према теорији рада асинхроног мотора, снага која се на фиктивном отпорнику $R_r'(1-s)/s$ претвара у топлоту одговара снази која се из електричног облика претвори у механички, а у генераторском режиму овај процес је обрнут.) Због тога је потребно узети апсолутну вриједност фактора снаге (који је индуктиван), а струји мотора промијенити смјер, па ће активна снага машине бити:

$$P_{el} = \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi = -\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 18,59 \cdot 0,592 = -7,243kW,$$

односно активна снага се одаје мрежи. Реактивна снага је:

$$Q = \sqrt{3}V_L I_L \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 18,59 \cdot \sin(\arccos(0,592)) = 9,89kVar,$$

односно, реактивна снага се узима из мреже. Исти резултат за реактивну снагу добио би се рачунањем губитака реактивне снаге у машини (уз занемарену грану магнећења):

$$Q = 3(X_{js} + X'_{jr})I^2 = 3 \cdot 9,54 \cdot 18,59^2 = 9,89kVar.$$

СИНХРОНЕ МАШИНЕ

Трофазна четворополна синхрона машина има сљедеће номиналне податке: $380V$, $50Hz$, Y , $X_d = 20\Omega$, $X_q = 15\Omega$. Отпор статора, нелинеарност магнетног кола и сви губици могу се занемарити. Машина је прикључена на номинални напон номиналне учестаности, ради у моторском режиму, а струја побуде је таква да мотор одаје у мрежу $1kVar$ при $\cos \varphi = 0,74$.

Одредити реактивну снагу и фактор снаге када у датом режиму дође до прекида кола побуде, сматрајући да је оптерећење на вратилу константно.

РЈЕШЕЊЕ:

Пошто мотор одаје реактивну снагу, он је надпобуђен, а фактор снаге је капацитиван. Активна снага мотора, уз занемарење губитака, је:

$$P_{el} = S \cos \varphi = \frac{Q}{\sin \varphi} \cos \varphi = \frac{1000 \cdot 0,74}{\sin(\arccos 0,74)} = 1,1kW.$$

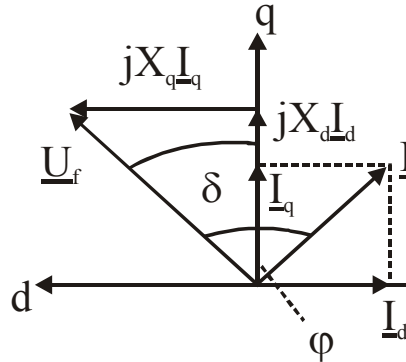
Пошто је оптерећење на вратилу константно, а губици су занемарени, значи да ће мотор исту ову активну снагу узимати из мреже и након прекида кола побуде. Из израза за активну снагу синхроног хидромотора са прекинутом побудом (угаона карактеристика без члана са E_{0f}):

$$P = 3 \frac{U_f^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta, \text{ гдје је } U_f \text{ фазни напон на мотору, а } \delta \text{ угао оптерећења, може се}$$

одредити угао оптерећења када је прекинуто коло побуде:

$$\delta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{P}{3 \frac{U_f^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right)} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{1100}{3 \frac{220^2}{2} \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{20} \right)} = 32,7^\circ.$$

Пошто је овај угао мањи од угла оптерећења на граници стабилног рада (при максимално могућем оптерећењу без побуде угао је теоријски једнак 45°), мотор ће наставити са радом. Уз претпоставку да је мотор у новом режиму подпобуђен и да је $\varphi > \delta$, може се нацртати фазорски дијаграм:



Слика 2: Фазорски дијаграм синхроног мотора у подпобуђеном режиму са прекинутим колом побуде

Са фазорског дијаграма могу се писати следеће једначине:

$$U \cos \delta = X_d I_d \qquad I_d = I \sin(\varphi - \delta)$$

$$U \sin \delta = X_q I_q \qquad I_q = I \cos(\varphi - \delta),$$

из којих се лако добија:

$$\tan(\varphi - \delta) = \frac{X_q}{X_d} \frac{1}{\tan \delta} = \frac{15}{20} \frac{1}{\tan 32,7^\circ} = 1,168 \Rightarrow \varphi - \delta = 49,43^\circ,$$

односно угао између струје и напона је

$$\varphi = 82,14^\circ,$$

што је у складу са претпоставком $\varphi > \delta$, односно фазорски дијаграм је добро нацртан. Фактор снаге је $\cos \varphi = 0,137$ индуктивно, па је реактивна снага мотора

$$Q = P \tan \varphi = 1100 \tan 82,14^\circ = 7,965 \text{ kVar},$$

односно реактивна снага се узима из мреже.

Исти резултат добио би се из израза за угаону карактеристику за реактивну снагу без побуде:

$$Q = 3U_f^2 \left(\frac{\sin^2 \delta}{X_q} + \frac{\cos^2 \delta}{X_d} \right) = 3 \cdot 220^2 \left(\frac{\sin^2 32,7^\circ}{15} + \frac{\cos^2 32,7^\circ}{20} \right) = 7,965 \text{ kVar},$$

односно реактивна снага се узима из мреже, а фактор снаге је:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{1100}{\sqrt{1100^2 + 7965^2}} = 0,137 \text{ (ind)},$$

а привидна снага и струја $S = 8,042 \text{ kVA}$ и $I = 12,18 \text{ A}$.

Задатке приредио
мр Петар Матић, ЕТФ Бањалука